

문 8. 확률변수 X 와 Y 가 다음 조건을 만족할 때, 옳은 것은?

$$\begin{aligned} E(X) &= 0, & Var(X) &= 4, \\ E(Y) &= -2, & Var(Y) &= 8, \\ Cov(X, Y) &= -5 \end{aligned}$$

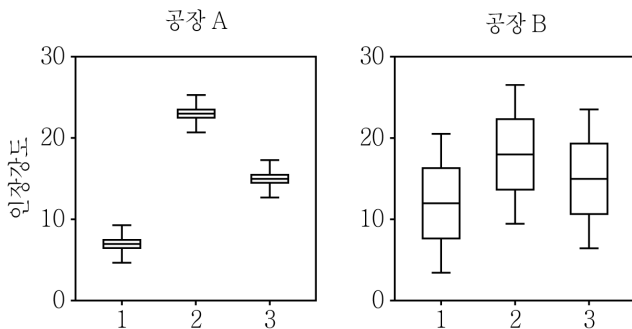
- ① $E(2X - 3Y) = -6$
- ② $Var(X - Y) = 17$
- ③ $Cov(X, X - Y) = -1$
- ④ $Corr(3X + 3, 2Y - 4) = -\frac{5}{4\sqrt{2}}$

문 9. 표본의 크기가 n 인 자료 (X_i, Y_i) 에 단순선형회귀모형 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$)을 적용하고자 한다. 최소 제곱법으로 추정된 회귀직선이 $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ 일 때, 옳은 것만을 모두 고른 것은?

- ㄱ. $X = x_0$ 에서 Y 의 평균반응에 대한 신뢰구간의 길이는 x_0 가 $\bar{X}$ 에 가까울수록 짧아진다.
- ㄴ. 회귀제곱합(regression sum of squares)은 $\hat{\beta}_1^2 \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 과 같다.
- ㄷ. Y 와 $\hat{Y}$ 의 표본상관계수의 제곱은 Y 와 X 의 표본상관계수의 제곱과 같다.

- ① ㄱ, ㄴ
- ② ㄱ, ㄷ
- ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문 10. 공장 A와 B에서 각각 제조방법 1, 2, 3에 따라 생산되는 어떤 제품의 인장강도에 차이가 있는지 알아보려고 반복수가 같은 일원배치 분산분석법을 적용하려고 한다. 각 공장에서 측정된 제품의 인장강도에 대한 총제곱합은 같고, 제조방법별 인장강도의 상자그림(box plot)은 다음과 같다.



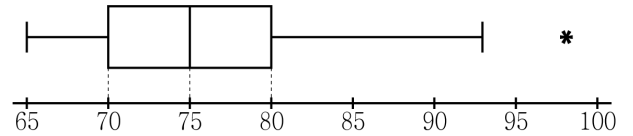
공장 A와 B의 평균처리제곱(mean square for treatment)을 각각 $MSTr_A$ 와 $MSTr_B$, 평균오차제곱(mean square for error)을 각각 MSE_A 와 MSE_B 라고 할 때, 이들 간의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $MSTr_A < MSTr_B, \quad MSE_A < MSE_B$
- ② $MSTr_A < MSTr_B, \quad MSE_A > MSE_B$
- ③ $MSTr_A > MSTr_B, \quad MSE_A < MSE_B$
- ④ $MSTr_A > MSTr_B, \quad MSE_A > MSE_B$

문 11. 두 도시의 평균가구소득에 차이가 없다는 귀무가설을 검정하기 위하여 두 도시에서 각각 6 가구와 8 가구를 임의로 추출하여 조사하였다. 두 도시의 가구소득의 분산이 동일하다는 가정하에서 이 자료에 대한 t -검정통계량의 값이 -1.85 , 유의확률(p -값)이 0.09 일 때, t -검정통계량의 자유도와 유의수준 5% 에서 검정 결과가 옳게 짝지어진 것은?

- | 자유도 | 검정 결과 |
|------|--------------|
| ① 12 | 귀무가설 기각함 |
| ② 12 | 귀무가설 기각하지 않음 |
| ③ 13 | 귀무가설 기각함 |
| ④ 13 | 귀무가설 기각하지 않음 |

문 12. 어느 대학교에서 통계학을 수강한 학생들의 중간고사 점수에 대한 상자그림이 다음과 같다. 이 자료에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



- ① 중앙값은 75이다.
- ② 제25백분위수(25th percentile)는 70이다.
- ③ 제3사분위수(Q_3)는 80이다.
- ④ 범위(range)는 30보다 작다.

문 13. 20대와 30대에서 100 명을 임의로 추출하여 두 제품 A와 B에 대한 선호도를 조사한 결과가 다음과 같다.

(단위 : 명)		
연령대 \ 제품	A	B
20대	20	30
30대	30	20

연령대와 제품에 대한 선호도가 서로 독립이라는 귀무가설을 검정하기 위한 카이제곱 검정통계량의 값과 유의수준 5% 에서 검정 결과가 옳게 짝지어진 것은? (단, $\chi^2_{\alpha}(k)$ 는 자유도가 k 인 카이제곱분포의 제 $(1 - \alpha) \times 100$ 백분위수를 나타내고, $\chi^2_{0.05}(1) = 3.84$, $\chi^2_{0.05}(2) = 5.99$ 이다)

- | 검정통계량의 값 | 검정 결과 |
|----------|--------------|
| ① 4 | 귀무가설 기각함 |
| ② 4 | 귀무가설 기각하지 않음 |
| ③ 5 | 귀무가설 기각함 |
| ④ 5 | 귀무가설 기각하지 않음 |

문 14. 확률분포에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① Z 가 표준정규분포를 따를 때, $-Z$ 도 표준정규분포를 따른다.
- ② X 가 자유도가 10인 t 분포를 따를 때, X^2 은 분자의 자유도가 1, 분모의 자유도가 10인 F 분포를 따른다.
- ③ X 가 이항분포 $B(10, p)$ 를 따를 때, $10 - X$ 도 이항분포 $B(10, p)$ 를 따른다.
- ④ X_1 과 X_2 가 성공의 확률이 p 인 베르누이분포를 따르고 서로 독립일 때, $X_1 + X_2$ 는 이항분포 $B(2, p)$ 를 따른다.

문 15. 두 확률변수 X_1 과 X_2 가 평균이 μ , 분산이 σ^2 인 모집단에서 추출한 임의표본(random sample)일 때, 확률변수 $X_1(X_1 + X_2)$ 의 기댓값은?

- ① $\mu^2 + \sigma^2$
- ② $\mu^2 + 2\sigma^2$
- ③ $2\mu^2 + \sigma^2$
- ④ $2\mu^2 + 2\sigma^2$

문 16. 20개의 시점에서 관측한 시장포트폴리오의 수익률(X)과 A 회사 주식의 수익률(Y)에 대해 단순선형회귀모형을 적용하여 최소 제곱법으로 추정된 회귀직선이 $\hat{Y} = 1 + 2X$ 이다. X 와 Y 의 표본분산이 각각 4와 32일 때, X 와 Y 의 표본상관계수는?

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
- ④ $\frac{1}{4}$

문 17. 두 확률변수 X 와 Y 의 상관계수 $\text{Corr}(X, Y)$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① $X = -0.5Y + 1$ 일 때, $\text{Corr}(X, Y)$ 는 -0.5 이다.
- ② X 와 Y 가 서로 독립일 때, $\text{Corr}(X, Y)$ 가 0이 아닐 수 있다.
- ③ $\text{Corr}(X, Y)$ 와 $\text{Corr}(X, -Y)$ 의 합은 0이다.
- ④ $\text{Corr}(X, Y) = 0$ 일 때, X 와 Y 는 서로 독립이다.

문 18. 확률변수 X 가 정규분포 $N(6, 2^2)$ 을 따르고 확률변수 Y 가 정규분포 $N(4, 2^2)$ 을 따르며 서로 독립일 때, $P(X < 6 < Y)$ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(Z \leq -1) = 0.16$ 이다)

- ① 0.08
- ② 0.17
- ③ 0.34
- ④ 0.42

문 19. 위치 A에서 0 또는 1의 메시지 x 를 송신하면 위치 B에서는 x 에 표준정규분포를 따르는 확률변수 ϵ 을 더한 값 $R = x + \epsilon$ 으로 수신한다. 위치 B에서는 수신된 메시지 R 가 0.3 이하이면 0으로 판독하고, 0.3보다 크면 1로 판독한다. 위치 A에서 1을 송신할 때, 위치 B에서 수신한 메시지를 0으로 판독할 확률은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(Z \leq 0.7) = 0.76$ 이다)

- ① 0.24
- ② 0.26
- ③ 0.48
- ④ 0.76

문 20. 확률변수 X 가 이항분포 $B(5, p)$ 를 따를 때, p 에 대한 다음과 같은 가설을 검정하려고 한다.

$$H_0: p = \frac{1}{2} \text{ 대 } H_1: p \neq \frac{1}{2}$$

기각역이 $|X - 2.5| > 2$ 일 때, $p = \frac{2}{3}$ 에서 제2종의 오류를 범할 확률은?

- ① $\frac{11}{81}$
- ② $\frac{22}{81}$
- ③ $\frac{59}{81}$
- ④ $\frac{70}{81}$